## 基于脉冲星联合定位模型的 TOA 预测 模型误差修正算法<sup>®</sup>

#### 苏 哲,凌 菲,张 茁,徐启炳 (中国空间技术研究院 西安分院,西安 710000)

摘 要:为提高脉冲星导航定位精度,修正脉冲信号到达时间的预测误差,文章提出一种基于多航天器联合观测数据的脉冲到达时间预测模型误差修正算法。该算法利用航天器和基准站之间的联合观测数据,通过相关运算测量脉冲到达时间差;通过数学推导得出航天器与基准站之间的位置关系与脉冲到达时间预测模型的关系;利用扩展卡尔曼滤波算法融合多颗不同辐射方向的脉冲星的脉冲到达时间差,实时在线修正预测模型参数误差。仿真实验结果表明,当观测时间超过100秒时,该方法可抑制脉冲信号到达时间预测模型的漂移误差。该方法可用于基于脉冲星的深空探测器自主导航系统,提高导航定位精度和脉冲信号到达时间预测精度。

关键词:脉冲星;导航;脉冲到达时间;预测模型
中图分类号: V474 文献标识码:A 文章编号:1674-7135(2018)05-0083-04
D O I:10.3969/j.issn.1674-7135.2018.05.013

### Pulsar TOA Prediction Correction Algorithm Based on Combined Positioning Model

SU Zhe, LING Fei, ZHANG Zuo, XU Qibing

(China Academy of Space Technology (Xi'an), Xi'an 710000, China)

Abstract: In order to improve the positioning precision of the pulsar navigation and correct the prediction error of the arrival time of the pulse signal, an error correction algorithm based on the joint observation data of multi-spacecraft is proposed. The algorithm uses the joint observation data between the spacecraft and the station to measure the time difference of pulse arrival time through the correlation operation. Through mathematical deduction, the relationship between the position relationship between the spacecraft and the reference station and the prediction model of the pulse arrival time is obtained. The extended Kalman filter algorithm is used to fuse several pulses with different radiation directions. The pulse arrival time difference of pulsars is corrected, and the parameter error of prediction model is corrected online. The simulation results show that this method can depress drift error of the arrival time prediction model when the observation time is exceed 100s. This method can be used in the navigation system using pulsar, and can improve the precision of positioning and arrival time prediction of the pulse signal.

Key words: Pulsar; Navigation; Pulse arrival time; Prediction model

# **0** 引言 X 射线脉冲星导航(XPNAV: X-ray Pulsar-based)

Navigation)可以为深空探测的航天器提供三维位置 信息和一维时间信息,是一种新型的航天器深空探

① 收稿日期:2018-01-09;修回日期:2018-04-16。
 基金项目:国家自然科学基金资助项目(91438107)
 作者简介:苏哲(1983—),2011年毕业于西安电子科技大学,获博士学位,研究方向为深空探测、卫星导航。
 E-mail: suzhe504@163.com。

测器自主导航技术<sup>[1]</sup>。XPNAV 通过将预测和测量 得到的脉冲到达时间(TOA:Time of Arrival)比对来 修正航天器的位置信息<sup>[2]</sup>,实现自主导航。因此, TOA 预测模型精度直接影响导航定位精度<sup>[3]</sup>,对于 XPNAV 具有重要意义。

但是,脉冲双星运行的不规律性、太阳系行星的 星历、自由空间的引力波和色散效应等,导致脉冲星 的脉冲到达时间的稳定性发生恶化<sup>[4]</sup>。若脉冲星脉 冲到达时间的稳定性发生恶化,将直接导致基于脉 冲星的导航定位精度发生恶化。文献[5] 梳理影响 脉冲星辐射脉冲到达时间稳定性的因素,并给出了 定量分析结果。在此基础上,文献[6]分析了脉冲 星的脉冲到达时间的稳定性与广义相对论效应及引 力波的关系,提出了一种根据射电天文观测到的脉 冲到达时间的变化规律反推引力波的方法,并给出 了观测结果。文献[7]全面给出了脉冲到达时间不 稳定性的原因和可能的变化规律,为天文观测提供 了理论基础。在脉冲星导航工程应用领域,文献 「8]提出了一种脉冲星时间模型精化及延迟修正分 析方法,但由于脉冲到达时间的不稳定性在短期看 主要呈现随机噪声特性,难以准确预测,因此,该方 法对脉冲到达时间的不稳定性提高不大,对导航定 位的精度改善有限。

为提高脉冲星导航定位精度,提高脉冲信号到 达时间的预测精度,本文研究了用多个航天器观测 共同的脉冲星进行联合定位、校时的方案,并进一步 提出了提高脉冲星脉冲信号到达时间的稳定性方 法。该方法可显著提高脉冲到达时间的稳定性,提 高导航定位精度和授时精度。

#### 1 X射线脉冲星多航天器联合观测

多航天器联合观测同一颗脉冲星,利用辅助观测 站(可建于航天器上)接收X射线脉冲星信号,记录脉 冲到达时间,将脉冲到达时间进行对比,测量脉冲星信 号沿脉冲星方向由航天器传播到基准站的距离和基准 站与航天器之间的直线距离之和,然后通过解定位方程 确定航天器相对基准站的三维位置关系<sup>[9]</sup>。



Fig.1 Model of co-observation

X 射线脉冲星多航天器联合观测三维位置关系 如图 1 所示,基准站位置为 A,航天器的位置为 B, $\beta$  和  $\alpha$  为脉冲星的赤经和赤纬。同一个脉冲到达基准 站 A 的时间和到达航天器 B 的时延差  $\Delta T$  为:

$$L_{AC} = (\cos\alpha\cos\beta, \cos\alpha\sin\beta, \sin\alpha) \odot \dot{L}_{AB} \quad (1)$$

其中,  $\odot$ 表示内积运算,  $\vec{L}_{AB}$ 表示由位置 A 至位置 B 的矢量。

可知,航天器 B 位置( $x_B, y_B, z_B$ )满足

$$\begin{cases} (x_B - x_A)\cos\alpha\cos\beta + (y_B - y_A)\cos\alpha\sin\beta + (z_B - z_A)\sin\alpha + \\ \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2} \end{cases} = L_{AC}$$
(2)

利用4个不同方向的脉冲星观测信号,可以得到如下方程:

$$\begin{cases} (x_{B} - x_{A})\cos\alpha_{1}\cos\beta_{1} + (y_{B} - y_{A})\cos\alpha_{1}\sin\beta_{1} + (z_{B} - z_{A})\sin\alpha_{1} + r_{1} = c \cdot \Delta T_{1} \\ (x_{B} - x_{A})\cos\alpha_{2}\cos\beta_{2} + (y_{B} - y_{A})\cos\alpha_{2}\sin\beta_{2} + (z_{B} - z_{A})\sin\alpha_{2} + r_{2} = c \cdot \Delta T_{2} \\ (x_{B} - x_{A})\cos\alpha_{3}\cos\beta_{3} + (y_{B} - y_{A})\cos\alpha_{3}\sin\beta_{3} + (z_{B} - z_{A})\sin\alpha_{3} + r_{3} = c \cdot \Delta T_{3} \\ (x_{B} - x_{A})\cos\alpha_{4}\cos\beta_{4} + (y_{B} - y_{A})\cos\alpha_{4}\sin\beta_{4} + (z_{B} - z_{A})\sin\alpha_{4} + r_{4} = c \cdot \Delta T_{4} \end{cases}$$
(3)

式中,r 即为 $L_{AB}$ , $r_i = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$ 。根据上式可以计算出:

$$\begin{bmatrix} x_B \\ y_B \\ z_B \\ r_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_A \\ y_A \\ z_A \\ r_A \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos\alpha_1 \cos\beta_1 & \cos\alpha_1 \sin\beta_1 & \sin\alpha_1 & 1 \\ \cos\alpha_2 \cos\beta_2 & \cos\alpha_2 \sin\beta_2 & \sin\alpha_2 & 1 \\ \cos\alpha_3 \cos\beta_3 & \cos\alpha_3 \sin\beta_3 & \sin\alpha_3 & 1 \\ \cos\alpha_4 \cos\beta_4 & \cos\alpha_4 \sin\beta_4 & \sin\alpha_4 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} c \cdot \Delta T_1 \\ c \cdot \Delta T_2 \\ c \cdot \Delta T_3 \\ c \cdot \Delta T_4 \end{bmatrix}$$
(4)

(6)

其中, $\Delta T_i$ 表示到达时间差。

#### 2 基于联合观测的计时模型精化算法

脉冲星的计时模型是指脉冲星的脉冲到达时间 的预测模型,理论上一般表述为多项式的形式。多 种因素将导致脉冲星的理论计时模型和实际脉冲星 的运行情况存在偏差,这些因素包括:冲双星运行的 不规律性、太阳系行星的星历、自由空间的引力波和 色散效应等。通过上一节的理论分析可以看出,多 航天器相对位置测量受到脉冲星计时模型的影响很 小,可忽略不计。因此,基于多航天器脉冲星联合观 测的测量精度不受冲双星运行的不规律性、太阳系 行星的星历、自由空间的引力波和色散效应等因素 的影响。联合观测可获取精确的航天器相对位置信 息,可用于精化并实时修正脉冲星计时模型。

多航天器联合观测的脉冲星计时数学模型为:

$$\frac{\left(\frac{phase_{A}^{star1} - phase_{B}^{star1} \cdot \boldsymbol{\lambda}_{star1}}{2\pi} = (x_{A}, y_{A}, z_{A}) \odot (\cos\alpha_{1}\cos\beta_{1}, \cos\alpha_{1}\sin\beta_{1}, \sin\alpha_{1})\right)}{\left(\frac{phase_{A}^{star2} - phase_{B}^{star2} \cdot \boldsymbol{\lambda}_{star2}}{2\pi} = (x_{A}, y_{A}, z_{A}) \odot (\cos\alpha_{2}\cos\beta_{2}, \cos\alpha_{2}\sin\beta_{2}, \sin\alpha_{2})\right)}$$
(5)  
$$\frac{(phase_{A}^{star3} - phase_{B}^{star3} \cdot \boldsymbol{\lambda}_{star3}}{2\pi} = (x_{A}, y_{A}, z_{A}) \odot (\cos\alpha_{3}\cos\beta_{3}, \cos\alpha_{3}\sin\beta_{3}, \sin\alpha_{3})$$

式中, $(x_A, y_A, z_A)$ 为航天器 A 的位置, *phase*<sub>A</sub><sup>starl</sup>为航天器 A 观测到的脉冲星 1 的信号相位,  $\lambda_i$  为脉冲星辐射脉冲信号的波长。

由上式可以推导出航天器 A、B 的位置 $(x_A, y_A, z_A)$ 、 $(x_B, y_B, z_B)$ 与脉冲星计时模型的关系为:

$$f_{star1} = \frac{| \ phase_{A}^{\ star1} - phase_{B}^{\ star1} | + N_{star1} \cdot 2\pi}{\Delta t_{A->B}^{\ star1}} + \frac{2\pi}{\lambda_{star1}} \cdot \frac{[(x_{A\_B}, y_{A\_B}, z_{A\_B}) \odot (\cos\alpha_{i}\cos\beta_{i}, \cos\alpha_{i}\sin\beta_{i}, \sin\alpha_{i})]}{\Delta t_{A->B}^{\ star2}} \\ f_{star2} = \frac{| \ phase_{A}^{\ star2} - phase_{B}^{\ star2} | + N_{star2} \cdot 2\pi}{\Delta t_{A->B}^{\ star2}} + \frac{2\pi}{\lambda_{star2}} \cdot \frac{[(x_{A\_B}, y_{A\_B}, z_{A\_B}) \odot (\cos\alpha_{i}\cos\beta_{i}, \cos\alpha_{i}\sin\beta_{i}, \sin\alpha_{i})]}{\Delta t_{A->B}^{\ star2}} \\ f_{star3} = \frac{| \ phase_{A}^{\ star3} - phase_{B}^{\ star3} | + N_{star3} \cdot 2\pi}{\Delta t_{A->B}^{\ star3}} + \frac{2\pi}{\lambda_{star3}} \cdot \frac{[(x_{A\_B}, y_{A\_B}, z_{A\_B}) \odot (\cos\alpha_{i}\cos\beta_{i}, \cos\alpha_{i}\sin\beta_{i}, \sin\alpha_{i})]}{\Delta t_{A->B}^{\ star3}} \\ = \frac{| \ phase_{A}^{\ star3} - phase_{B}^{\ star3} | + N_{star3} \cdot 2\pi}{\Delta t_{A->B}^{\ star3}} + \frac{2\pi}{\lambda_{star3}} \cdot \frac{[(x_{A\_B}, y_{A\_B}, z_{A\_B}) \odot (\cos\alpha_{i}\cos\beta_{i}, \cos\alpha_{i}\sin\beta_{i}, \sin\alpha_{i})]}{\Delta t_{A->B}^{\ star3}} \\ = \frac{| \ phase_{A}^{\ star3} - phase_{B}^{\ star3} | + N_{star3} \cdot 2\pi}{\Delta t_{A->B}^{\ star3}} + \frac{2\pi}{\lambda_{star3}} \cdot \frac{[(x_{A\_B}, y_{A\_B}, z_{A\_B}) \odot (\cos\alpha_{i}\cos\beta_{i}, \cos\alpha_{i}\sin\beta_{i}, \sin\alpha_{i})]}{\Delta t_{A->B}^{\ star3}} \\ \end{bmatrix}$$

其中, $f_{star1}$ 表示脉冲星 1 的自转频率,即信号辐射频率; $f_{star2}$ 表示脉冲星 2 的辐射频率; $f_{star3}$ 表示脉冲 星 3 的辐射频率; $N_{star1}$ 、 $N_{star2}$ 和  $N_{star3}$ 表示整周期模糊 度; $(x_{A_B}, y_{A_B}, z_{A_B})$ 表示航天器 B 相对于基准站 A 的位置矢量。

当基准站 A 和航天器 B 的相对位置较近时,两 者接收信号基本一致,可提供准确的相对位置测量 结果和计时模型的精化。当航天器 B 相对于基准 站 A 的位置较远时,由于脉冲星 X 射线信号的个别 脉冲,将导致短期稳定度恶化。为此,本文提出一种 基于扩展卡尔曼滤波的脉冲星计时模型精化算法, 如图 2 所示。将(6)式作为测量结果,则状态递推 过程为:

$$\begin{cases} f(t) = f(t_0) + \int_{t_0}^{t} \dot{f}(t) dt \\ \Phi(t)_{SSB} = \Phi(t_0)_{SSB} + \int_{t_0}^{t} f(t) dt \end{cases}$$
(7)





#### 3 实验与分析

脉冲星的计时模型为 $f(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$ 。该计时模型取自欧洲脉冲星网络(EPN:European Pulsar Network)数据库<sup>[10]</sup>。EPN 数据库隶属于欧洲天体物理研究所,它收集了超过1000颗脉冲星的累积脉冲轮廓。所有脉冲轮廓数据均通过EPN 格式,采

用 ASCII 字符的方式,存储在纯文本文件中,方便下载和使用。

假设实际的存在误差的脉冲星计时模型的参数 为:

$$\begin{cases} a_0 = 34.15 \\ a_1 = 5.64 \times 10^{-6} \\ a_2 = 19.8 \times 10^{-9} \end{cases}$$
(8)

假设实际的脉冲星信号的计时模型的参数为.

$$\begin{cases} a_0 = 34.15 \\ a_1 = 4.63 \times 10^{-6} \\ a_2 = 19.3 \times 10^{-9} \end{cases}$$
(9)

频率测量结果服从零均值高斯白噪声,标准差为0.1Hz。利用本文提出的方法对脉冲星计时模型进行扩展卡尔曼滤波修正,结果如图3所示。

基于扩展卡尔曼滤波的脉冲星计时模型修正实 验可以进行脉冲星计时预测模型的在线实时修正, 频率误差随时间收敛,如图4所示。



图 3 滤波修正后的频率值与实际观测值的比较

Fig.3 Comparison between filtered and corrected frequency values and actual observations



图 4 扩展卡尔曼滤波修正后的频率预测误差



#### 4 结论

在多航天器联合观测多个辐射方向的脉冲星信号的基础上,提出一种基于多航天器联合观测数据 的脉冲到达时间预测模型误差修正算法。该算法可 实时修正脉冲星脉冲到达时间预测模型参数。仿真 实验结果表明了该算法的有效性。

#### 参考文献:

- Sheikh S I, Pines D J.Spacecraft Navigation Using X-Ray Pulsars [J].Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2006, 29(1):49-63.
- [2] Sheikh S I.The Use of Variable Celestial X-ray Sources for Spacecraft Navigation [D]. Maryland: University of Maryland, 2005.
- [3] 苏哲,徐启炳,王晓亮,等.基于两级互模糊函数的脉冲 星导航系统累积脉冲轮廓时间延迟测量算法[J].空间 电子技术,2016(5):14-20.
- [4] 苏哲,王瑛,陶晓霞,等.基于短时1.5 维谱的脉冲星个 别脉冲检测[J].空间电子技术,2015(3):64-68.
- [5] Chukwude A E, Ubachukwu A A, Okeke P N.Periodicities in rotation and DM of PSR B1557-50 [J]. Astronomy and Astrophysics, 2003, 399(1):231-235.
- [6] Joseph H, Taylor J H. Millisecond Pulsars: Nature's Most Stable Clocks [J]. Proceedings of IEEE, 1991, 79(7): 1054-1062.
- [7] Taylor J H. Pulsar Timing and Relativistic Gravity [J].
   Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 1992, 341:117-134.
- [8] Moyer T D.Formulation for observed and computed values of deep space network data types for navigation [J].Indianapolis; John Wiley & Sons, Inc. 2013; 107-119.
- [9] 张锦绣,兰盛昌,徐国栋.基于脉冲星相关的编队航天 器间相对距离的确定[J].系统工程与电子技术,2010, 32(3):650-654.
- [10] EPN 数据库: http://www.mpifr-bonn.mpg.de/div/pulsar/data/mirrors.html.